

Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Muhakeme Becerilerine Yönelik Başarı Düzeyi¹

Deniz Kaya², Cenk Keşan³, Dilek İzgiol⁴ ve Yusuf Erkuş⁵

Öz: Bu araştırmanın temel amacı, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeylerini belirlemektir. Nicel araştırma yönteminin benimsendiği çalışmada, veri toplama aracı olarak öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerini belirlemeye yönelik yedi boyuttan oluşan ve Kaya (2015) tarafından geliştirilen Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracı (CMDA) kullanılmıştır. CMDA 16 tanesi çoktan seçmeli, 22 tanesi açık uçlu olmak üzere toplam 38 sorudan oluşmaktadır. Araştırmanın çalışma grubunu, İzmir merkezinde bulunan bir ortaokulunda yedinci sınıfta okuyan 76 erkek, 70 kız olmak üzere toplam 146 öğrenci oluşturmaktadır. Betimsel analiz sonuçları incelendiğinde; öğrencilerin cebirsel yapıları/ilişkileri tanıma ve kullanma becerileri dışında aynı verinin farklı cebirsel ifadelerini kullanma, uygun cebirsel muhakemeyi belirleme, cebirsel ifadelere yönelik çıkarımda bulunma, çıkarıma yönelik cebirsel işlemler yapma, sonucun doğruluğuna ve çözüm yoluna karar verme ile rutin olmayan problemleri çözüme becerilerine ait test puanlarının düşük veya orta düzeyde olduğu görülmüştür. Tüm alt boyutlar dikkate alındığında ise kız ve erkek öğrencilerin cebirsel muhakeme becerileri arasında anlamlı bir ilişkiye rastlanmamıştır.

Anahtar Kelimeler: Cebirsel muhakeme becerisi, matematik öğretimi, ortaokul, başarı

DOI: [10.16949/turcomat.95945](https://doi.org/10.16949/turcomat.95945)

Abstract: The basic aim of this study is to determine the success levels of algebraic reasoning skills of the seventh grade students in secondary schools. The quantitative research method has been used in the study and the Algebraic Reasoning Evaluation Tool (ARET), which was developed by Kaya (2015), was used in the study as the data collection tool. This tool consists of seven dimensions and is intended for determining the algebraic reasoning skills of the students. The ARET consists of 38 questions, 16 of which are multiple choice questions and 22 of which are open-ended questions. The study group consisted of 146 students in total, 76 of whom were males and 70 of whom were females studying at the seventh grades of a secondary school at the city center of İzmir. When the descriptive analysis results are examined, it is observed that the test points of the students in terms of recognizing and using algebraic structures/relations, using the algebraic expressions of the same data, determining the proper algebraic reasoning, making deductions on algebraic expressions, making algebraic operations for the purpose of deduction, deciding on the accuracy of the result and the solution way, and solving problems that are not routine were at lower levels or at the medium levels. When all the sub-dimensions of the study are considered, no meaningful relations are found between the algebraic reasoning skills of the female and male students.

Keywords: Algebraic reasoning skills, mathematics teaching, secondary school, success

[See Extended Abstract](#)

¹Bu çalışma 2. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildirinin genişletilmiş halidir.

²Dr., Milli Eğitim Bakanlığı, denizkaya50@yahoo.com

³Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi, cenkkesan@gmail.com

⁴Arş. Gör., Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi, dilekizgiol90@gmail.com

⁵Arş. Gör., Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi, yerkus86@gmail.com

1. Giriş

Matematik, zihinsel yapılar topluluğudur. Özellikle soyut düşünebilme yetisi gerektirdiği için birçok birey için anlaşılmasız ve aşılması bir süreç haline dönüşebilmektedir. Oysaki değişen dünyada matematiği anlayan ve matematik yapan, geleceğini şekillendirmede daha fazla seçeneğe ve şansa sahip olacaktır (NCTM, 2000). Matematikle uğraşmak ise bir desen ve düzen arayarak problem çözme süreci içerir (Yenilmez ve Avcu, 2009). Çünkü matematik bir düşünsel faaliyettir ve bu alana duyarlı insanların “doğruyu bilme ve anlama” merakının sonucunda gelişmektedir (Altun, 2011, s. 4). Bundan dolayı matematik öğrenmenin amacı izole edilmiş matematik kavram ve becerileri kazandırmaktan ziyade matematiksel yatınlık kazandırmak olmuştur (De Corte, 2004). Bir başka ifade ile matematik eğitimi ve öğretimi bireyin düşünce ufkunun gelişmesini sağlar, bireye farklı bir bakış açısı ve yorum yapma yeteneği kazandırır (MEB, 2012, s. 2). Bu durum cebirde de benzer anlam taşır. “Al-Cabr” sözcüğünden adını almış olan cebiri kısacası “aritmetiğin genelleştirilmiş şekli” olarak tanımlayabiliriz (Amerom, 2003; Katz, 2007). Tabach ve Friedlander’e (2003) göre, geleneksel anlamda “genelleşmiş aritmetik” olarak tanımlanan cebir çoğunlukla aritmetiğin sembolik tarafı (örneğin, sembolik ifadelerin manipülasyonu, cebirsel denklemlerin çözümü, sembolik olarak gösterilen fonksiyonların araştırılması gibi) üzerinde yoğunlaşmıştır (akt., Akgün, 2006).

Kieran’a (1992) göre cebir, genel sayı ilişkilerini ve özelliklerini gösteren polinom ve denklem çözümleri gibi konuları sembolize eden matematiğin bir branşı ve sadece harf sembolleriyle nicelikleri ve sayıları temsil eden değil aynı zamanda bu sembollerle hesap da yapabilen bir araçtır. Tüm anlatılanlar ışığında; cebir bir dildir, cebir bir problem çözme aracıdır, cebir bir düşünce aracıdır, cebir bir okul dersidir (Dede ve Argün, 2003, s. 180). Matematiğin özel bir dalı olan cebir, cebirsel düşünmeyi ve beraberinde de muhakeme edebilmeyi gerektirir. Bundan dolayı cebirsel düşünme ve muhakeme edebilme becerisi tüm sınıf seviyeleri için önemlidir (NCTM, 2000). Cebirsel düşünme ise problem çözme, akıl yürütme, gösterimleri kullanma, değişkenleri anlama, sembolik gösterimlerin anlamını açıklama, matematiksel fikirlerin gelişimi için modellerle çalışma, gösterimler arasında dönüşüm yapma becerilerini içerir (Kaf, 2007). Ayrıca zihinsel aktivitelerin bir yansıması olarak sembollere anlamlar yükleyerek cebirsel ilişkiler arasında bağ kurmayı, farklı ve çoklu temsiller yardımıyla düşüncelerini açığa vurmaya, cebirsel ilişkilerin içerisinde yer alan somut-yarı somut ve soyut kavramları betimlemeyi ve muhakeme etme yoluyla sonuca ulaşabilmeyi temsil eder (Kaya, 2015).

Cebir birçok konu alanının temelini oluşturmasının yanı sıra aritmetikten köklerini almakta ve güçlü bir aritmetik temele dayanmakta iken aritmetik de sembolleştirme, genelleştirme ve cebirsel düşünme için gerektiğinden fazla fırsatlar sunmaktadır (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011). Cebir, cebirsel düşünme ve muhakeme edebilme becerilerinin bir ön koşulu olarak düşünüldüğünde sadece ders konusundan ziyade günlük hayata karşılaştığımız güçlüklerle karşı çözüm yolları bulmamıza yarayan bir araç olarak ele alınması gerekmektedir (Kaya ve Keşan, 2014). Bundan dolayı cebir, matematiğin önemli bir konu alanı olmasının yanında soyutlama yapabilme gücü gerektirmektedir (Altun,

2005). Bu durum cebirsel muhakemenin gelişimine bağlı olarak öğrencilerin cebire olan yaklaşımlarını yakından etkiler. Genel anlamda cebirsel muhakeme, nicel durumları göstererek değişkenler arasındaki ilişkiyi açık hale getirebilme kapasitesi olarak tanımlanmaktadır (Driscoll, 1999). Cebirsel muhakeme becerisi başlangıçta model ve işlemlerin kullanılmasının yanı sıra fonksiyon ve desenler ilişkisini anlama yoluyla gelişir (NCTM, 2000). Aynı zamanda öğrencilerin matematik ve fen bilimlerindeki gelişimlerine yönelik çabaları için koruyucu bir görev üstlenmektedir (Greenes, Cavanagh, Dacey, Findell & Small, 2001). Bu bağlamda muhakeme etme becerisi matematik başarısı için esastır ve bir cebirsel alan içerisindeki cebirsel düşünme becerisi, muhakeme becerisinin gelişimine yardımcı olur (Nathan & Koellner, 2007).

Ross'a (1998) göre muhakeme etme yetenekleri geliştirilmediği takdirde matematik, öğrenciler için sadece belirli kurallar ve ne olduklarını düşünmeden, onları izlemekle geliştirilen hesaplamalar, çizimler topluluğu olarak kalır. Batuhan ve Grünberg'e (1970) göre muhakeme anlamında düşünme, doğruluğuna inandığımız bir veya birkaç önermenin bizi ne gibi bir başka önermenin doğruluğuna inanmaya zorladığını veya doğruluğuna inandığımız bir önermeye ne gibi başka önermelerin doğruluğunu delil olarak gösterebileceğimizi araştırma anlamına gelmektedir (akt., Pilten, 2008, s. 24).

Günümüzde birçok ülke cebirsel düşünme ve muhakeme edebilmenin önemine vurgu yapmakta ve öğretim müfredatlarını bu yönde şekillendirmeye özen göstermektedir. Özellikle son yıllarda matematik öğretimine yönelik geliştirilen kaynaklar, cebirsel muhakemenin kazanımı sürecinin erken basamaklarında ezberlemeye yönlendiren basit algoritmik problemlerden ziyade öğrencilerin cebirsel becerilerini geliştirecek bulmaca tarzı problemlerin kullanımını desteklemektedir (Kabael ve Tanışlı, 2010, s. 218). Benzer şekilde eğitime/öğretime yön veren ulusal/uluslararası kuruluşlarda konunun önemine dikkat çekmiş, "cebirsel muhakeme" kavramını farklı boyutlarda ele almıştır. Örneğin NCTM (2000) öğrencilerin muhakeme ve ispat yöntemlerinin çeşitli türlerini kullanabilmeleri ve tanıyabilmeleri, matematiksel kanıtları değerlendirebilmeleri ve geliştirebilmeleri gerektiğini belirtmiştir. NAEP (2002) ise öğrencilerin muhakeme yoluyla varsayımları kullanabilmeleri ve yargılama yapma becerisine sahip olabilmeleri vurgusu yapmış, sınıf dışı tümevarım ve tümdengelim kullanabilmeleri gerektiği üzerinde durmuştur. Bu durum TIMMS'e (2003) göre objeler ve değişkenler arasındaki ilişkileri belirleme, tanımlayabilme ve kullanabilme olarak nitelendirilmektedir. Ayrıca öğrenciler problem çözme ve matematiksel düşünme yoluyla elde ettiği sonuçların etki alanını, sonuçları daha genel ve daha yaygın uygulanabilir terimlerle yeniden düzenleyerek genişletebilmelidir. Ayrıca aynı verinin farklı gösterimlerini karşılaştırabilmeli ve eşleştirebilmelidir. Ülkemiz öğretim programında yer verilen muhakeme (akıl yürütme) ise öğrencilerin yaşantısında, diğer derslerinde ve matematikte kullanılabileceği bir beceri olarak tanımlanmaktadır. Öğrencilerde muhakeme becerisinin kazandırılmasıyla mantıklı genellemelerde ve çıkarımlarda bulunmanın gelişeceği belirtilmiştir. Ayrıca öğrencilerin akıl yürütme ile öz güven duyacağı, matematik ve matematik dışındaki çıkarımlarının

doğruluğunu savunacağı ve yaptığı çıkarımların, duygu ve düşüncelerinin geçerliliğini sorgulayacağı ifadelerine yer verilmektedir (MEB, 2009; 2013).

Cebirsel muhakemenin ön koşulu, öğrencilerin sahip olduğu cebirsel düşünme yapılarının içeriğidir. Cebirsel düşünme, aritmetiksel bir dille cebirsel işlemlere ve sembollere anlam yükleyerek zihinde var olan cebirsel bilginin sınırları doğrultusunda matematiksel ve cebirsel muhakemenin gelişimini destekler (Kieran & Chalouh, 1993). Nitekim birçok çalışmada cebirsel düşünme ve muhakemeyi teşvik etmenin önemli vurgulanmakta ve bu yönde yapılacak çalışmaların yarar sağlayacağı dile getirilmektedir (Kaput, 1995; NCTM, 2000). Oysa öğrencilerin cebiri öğrenmede yaşadığı zorluklar cebirsel muhakeme ve düşünme becerilerinin gelişimini derinden etkileyebilmektedir. Bu yönde yürütülen çalışma sonuçları da öğrencilerin cebiri öğrenmede birtakım zorluklara sahip olduğunu göstermektedir (Baki, 1998; Dede ve Argün, 2003; Ersoy ve Erbaş, 2005; Kieran, 1992; MacGregor & Stacey, 1993). Örneğin, Umay ve Kaf (2005) tarafından 6., 7. ve 8. sınıf olmak üzere toplam 90 öğrenci üzerinde yürütülen çalışmada, öğrencilerin zayıf akıl yürütme yüzdelerinin en yüksek düzeyde olduğu, bunu kusurlu akıl yürütme yüzdesinin izlediği; doğru akıl yürütme yüzdesinin ise en düşük düzeyde kaldığı belirlenmiştir. Ayrıca kız öğrencilerin tüm sınıf düzeylerinde toplam zayıf ve kusurlu akıl yürütme yüzdelerinin erkek öğrencilerden daha fazla olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Yenilmez ve Avcu (2009) tarafından tarama modeli kullanılarak altıncı sınıf düzeyinde 6 öğrenci ile yürütülen çalışma sonucu, öğrencilerin bu dönemde soruları hala ilköğretim birinci kademedeki alıştıkları yöntem ile cevaplamaya çalıştıklarını, kendi yorumlarını kullanarak yeni çözümlerine yönelmekten çekindiklerini göstermektedir. Akkan (2009) tarafından yapılan çalışma sonucu da öğrenim seviyesi arttıkça aritmetik çözümlerden cebirsel çözümlere olan geçişin olumlu yönde değiştiği ve geliştiği bu değişim ve gelişimin çok az olduğu, farklı öğrenim seviyelerindeki öğrencilerin genel olarak aritmetik çözümleri kullandığına dikkat çekmektedir. Benzer şekilde, Bahtiyari (2010) tarafından 340 öğrenci üzerinde yürütülen diğer bir çalışmada, öğrencilerin muhakeme çeşitleri konusunda yetersiz deneyimlerinin olduğu sonucu elde edilmiştir.

Tüm bu anlatıların yanında son yıllarda yapılan bilimsel çalışmalar/araştırmalar cebirsel muhakeme ve düşünme becerileri ile cebir öğreniminin öğretim müfredatının içeriği için çok önemli olduğunu göstermektedir (Blanton & Kaput, 2005; Warren & Cooper, 2009). Özellikle “sayılar ve işlemler, orantısal akıl yürütme, cebirsel semboller ve değişkenler, modeller, ilişkiler ve fonksiyonlar” öğrencilerin cebirsel muhakeme gelişiminde kritik rol oynamaktadır (Knuth & Ellis, 2009). Nitekim Çağdaşer (2008) tarafından altıncı sınıf düzeyinde 55 öğrenci ile yürütülen çalışmada yapılandırmacı yaklaşımla cebir öğretiminin, altıncı sınıf öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin yükselmesinde önemli bir etkiye sahip olduğu belirlenmiştir. Yaprak-Ceyhan (2012) tarafından Türkiye genelinde 14 ilköğretim okulundan rastgele seçilen 392’si altıncı sınıf, 378’i yedinci sınıf ve 394’ü sekizinci sınıf olmak üzere toplam 1164 öğrenci ile gerçekleştirilen çalışma sonucuna göre, yenilenen ilköğretim matematik dersi öğretim programı çerçevesinde yapılan öğretimin öğrencilerin cebir başarılarına olumlu etki yaptığını, öğrencilerin cebir başarıları arttıkça cebirsel düşünme düzeyinin de arttığını belirtmiştir. Benzer şekilde, Yenilmez ve Teke (2008) tarafından 24 öğrenci ile

yürütülen ve yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisinin belirlenmeye çalışıldığı araştırma sonucunda, ön test ve son test verileri arasında düzeyler bazındaki farklılığın birinci, ikinci ve üçüncü düzeyler için anlamlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Özellikle öğrencilerin cebirsel düşünme için geliştirdiği şematik bilgilerin incelendiği çalışmaya göre içerisinde hem yazıların hem de cebirsel problemlerin yer aldığı matematiksel yapıların öğrencilerin cebirsel düşünmek için ihtiyaç duydukları araçları geliştirirken yardımcı olduğu ve desteklediği belirtilmiştir (Steele, 2005). Pilten (2008) tarafından beşinci sınıf düzeyinde 66 öğrenci ile gerçekleştirilen diğer bir çalışma sonucunda ise deney grubunda yer alan öğrencilerle gerçekleştirilen üstbilişe dayalı öğretimin, kontrol grubunda sürdürülen öğretime göre; uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma; matematiksel bilgileri ve örüntüleri tanıma ve kullanma; tahmin etme; çözüme ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme; genelleme yapma; rutin olmayan problemleri çözme; matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmede daha etkili olduğu sonucu elde edilmiştir. Ayrıca Palabıyık (2010) tarafından yedinci sınıf düzeyinde, 40 öğrenci üzerinde yürütülen örüntü temelli olan ve örüntü temelli olmayan cebir öğretiminin öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine etkisinin incelendiği çalışma sonucunda öğrencilerin kavramsal cebir başarılarında artış olduğu görülmüştür.

Sonuç olarak, uluslararası çalışmalarda cebirsel düşünme ve muhakemenin önemi her geçen artmakta ve öğretimi konusunda farklı yaklaşımlara yer verilmektedir (NAEP, 2002; NCTM, 1989, 2000; TIMSS, 2003). Matematiksel muhakemenin önemli bir yapıtaşını oluşturan cebirsel muhakemenin sağlıklı gelişimi öğrencilerin hem matematik hem de diğer öğrenme alanlarındaki başarısını derinden etkileyebilmektedir. Ülkemizde yürütülen çalışmaların içeriği, genellikle öğrencilerin cebir ve cebirsel düşünme (kavramsal ve işlemsel açıdan) düzeylerini belirlemek üzerine kurgulandığı görülmektedir. Oysa öğrencilerin cebir, cebirsel düşünme ve muhakeme becerilerinin de matematik alanı için önemli bir etkiye sahip olduğu bilinmesine rağmen bu yönde alanyazında çok fazla kuramsal çalışmalara rastlanılmamıştır. Ayrıca cebir öğrenme alanında yapılan çalışmaların çoğunluğu kız ve erkek öğrencilerin yapmış olduğu hatalar ve kavram yanlışlarının tespiti üzerine odaklanmaktadır. Kız ve erkek öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerinin seviyelerinin belirlenmesi ve farklılığın nedenlerine yönelik bir araştırma alanı oluşturması açısından yürütülen çalışmanın faydalı olacağı kanısını taşımaktayız. Bu bağlamda, yürütülen çalışmada öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeylerinin ne olduğu belirlenerek bu yönde yürütülecek çalışmalara kaynak teşkil etmesi amaçlanmıştır.

2. Yöntem

Nicel araştırma yönteminin benimsendiği çalışma tarama modeline göre yapılmıştır. Tarama modelleri, geçmişte ya da halen var olan bir durumu var olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan araştırma yaklaşımlarıdır (Karasar, 2013). Bu amaçla yedinci sınıf öğrencilerine Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracı verilerek her bir boyut için cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeyleri belirlenmeye çalışılmıştır. Bunun

yanı sıra kız ve erkek öğrencilerin CMDA alt boyutlarına göre cebirsel muhakeme becerileri arasında anlamlı bir ilişkinin olup olmadığı sorusuna da yanıt aranmıştır.

2.1. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu, 2014-2015 eğitim-öğretim yılında İzmir merkezinde bulunan bir ortaokulunun yedinci sınıfta okuyan 76 erkek, 70 kız olmak üzere toplam 146 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışma grubu uygulama yapılan ortaokulunun yedinci sınıfında öğrenim gören toplam on iki şube içerisinde rastgele seçilen beş şubeden oluşmaktadır.

2.2. Veri Toplama Aracı

Veri toplama aracı olarak öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerini belirlemeye yönelik yedi boyuttan oluşan ve Kaya (2015) tarafından geliştirilen Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracı kullanılmıştır. Ölçme aracı; NCTM, NAEP, Bloom, TIMMS ve MEB tarafından tanımlanan muhakeme becerilerine yönelik kavramların benzer olanlarının gruplandırılması sonucu ortaya çıkan test boyutu ve becerilerini içeren toplam 38 sorudan oluşmaktadır. Bu soruların 16 tanesi çoktan seçmeli, 22 tanesi açık uçlu sorulardan oluşmaktadır. Ölçme aracının her bir alt boyuta ilişkin örnek sorular ekte sunulmuştur [Ek-1]. Çoktan seçmeli soruların değerlendirilmesi doğru ise 1, yanlış ise 0 olarak, açık uçlu soruların değerlendirilmesinde ise Marzano'un (2000) geliştirmiş olduğu aşamalı puan ölçeği kullanılmıştır.

Tablo 1. Aşamalı puan ölçeği örneği

Örnek Test Boyutu	Puan	Gözlenecek Öğrenci Davranışı
Uygun cebirsel muhakemeyi belirleme ve kullanma	4	Öğrencinin geliştirdiği muhakeme tam ve belirgin ayrıca muhakemeyi doğru kullanıp cevap verir.
	3	Öğrencinin verdiği cevap doğru ancak geliştirdiği muhakeme tam ve belirgin değildir.
	2	Öğrencinin verdiği cevap yanlış ancak doğru muhakemeyi belirler, kullanma girişiminde bulunur ancak tamamlayamaz.
	1	Öğrencinin verdiği cevap yanlış, geliştirdiği muhakeme kısmen doğru ve çözümün yalnızca bir kısmında kullanır.
	0	Öğrenci hiçbir yargıda bulunmaz.

210 öğrenciye uygulanan ve ilk formu 42 sorudan oluşan cebirsel muhakeme değerlendirme aracından elde edilen ölçüm güvenilirliğinin iç tutarlılık katsayısı .93 olarak bulunmuştur. Ayrıca ölçme aracının kararlılığını belirlemek amacıyla test-tekrar test uygulaması yapılmıştır. Test-tekrar test güvenilirlik çalışması amacıyla cebirsel muhakeme değerlendirme aracı, deneme uygulaması yapılmış olan 210 öğrenciden tesadüfi olarak seçilmiş olan 30'una 3 hafta sonra tekrar uygulanmıştır. Öğrencilerin iki uygulamadan almış oldukları puanlar için hesaplanan Pearson Momentler Çarpımı Korelasyon Katsayısı ise .77 olarak hesaplanmıştır. Ancak ayırt edicilik indeksi düşük olan 4 soru araçtan çıkartıldıktan sonra ölçme aracına ait ölçüm güvenilirliği .94 olarak bulunmuştur [Ek-2].

Ölçme aracının geçerliğine yönelik analizler yapılırken cebirsel muhakeme değerlendirme aracının alt boyutlarından [*cebirsel yapıları/ilişkileri tanıma ve kullanma*,

aynı verinin farklı cebirsel ifadelerini kullanma, uygun cebirsel muhakemeyi belirleme, cebirsel ifadelere yönelik çıkarımda bulunma, çıkarıma yönelik cebirsel işlemler yapma, sonucun doğruluğuna ve çözüm yoluna karar verme, rutin olmayan problemleri çözme] öğrencilerin almış oldukları puanların toplamları kullanılmıştır. Bu amaçla geçerlik işlemleri sırasında ölçme aracı boyutlarının birbiriyle olan ilişkilerinin belirlenmesinde Pearson Momentler Çarpımı Korelasyon Katsayısı kullanılmıştır (Tablo 2). Her bir boyutun ölçme aracı ile olan ilişkisinin belirlenmesinde ise regresyon katsayılarından yararlanılmıştır (Tablo 3).

Tablo 2. Modele ilişkin korelasyon matrisi

	CYTİK	AVFCİK	UCMB	CİYÇB	ÇYCIY	SDÇYKV	ROPÇ
CYTİK	1,000						
AVFCİK	,735	1,000					
UCMB	,693	,641	1,000				
CİYÇB	,632	,631	,631	1,000			
ÇYCIY	,634	,660	,635	,643	1,000		
SDÇYKV	,629	,679	,646	,586	,673	1,000	
ROPÇ	,580	,597	,588	,587	,614	,651	1,000

Tablo 3. Modele ilişkin standardize edilmiş regresyon katsayıları

	Regresyon Katsayısı	P
CMDA → CYTİK	.872	.000
CMDA → AVFCİK	.824	.000
CMDA → UCMB	.847	.000
CMDA → CİYÇB	.804	.000
CMDA → ÇYCIY	.822	.000
CMDA → SDÇYKV	.827	.000
CMDA → ROPÇ	.794	.000

[C.M.D.A. : Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracı, C.Y.İ.T.K. : Cebirsel yapıları/ilişkileri tanıma ve kullanma, A.V.F.C.İ.K. : Aynı verinin farklı cebirsel ifadelerini kullanma, U.C.M.B. : Uygun cebirsel muhakemeyi belirleme, C.I.Y.Ç.B. : Cebirsel ifadelerle yönelik çıkarımda bulunma, Ç.Y.C.İ.Y. : Çıkarıma yönelik cebirsel işlemler yapma, S.D.Ç.Y.K.V. : Sonucun doğruluğuna ve çözüm yoluna karar verme, R.O.P.Ç. : Rutin olmayan problemleri çözme]

Tablo 2 incelendiğinde ölçme aracı boyutları arasında en yüksek ilişkinin “cebirsel yapıları/ilişkileri tanıma ve kullanma” ile “aynı verinin farklı cebirsel ifadelerini kullanma” arasında ($r=.735$), en düşük ilişkinin ise “cebirsel yapıları/ilişkileri tanıma ve kullanma” ile “rutin olmayan problemleri çözme” ($r=.580$) arasında olduğu görülmektedir. Ayrıca cebirsel muhakemenin değerlendirilmesi ile ilgili literatür taranmış ve teorik bir model oluşturulmuştur. Bu modelin geçerliğinin test edilmesinde doğrudan elde edilen ölçümlerin bir model içerisinde ilişkiselliğinin test edilmesine dayalı bir istatistik teknik olan path analizi kullanılmıştır. Belirlenen boyutlar gözlenen değişken iken ölçme aracı gizil değişken olarak belirlenmiştir. Kullanılan iyilik uyum testleri, bu testlere ait kabul edilebilir değerler ve cebirsel muhakeme değerlendirme modeline ilişkin elde edilen değerler Tablo 4’de verilmiştir. Aracın modele ilişkin korelasyon matrisi ve modele ilişkin standardize edilmiş regresyon katsayıları değerlerinin kapsam geçerliğine sahip olduğu,

uyum testlerinden elde edilen puanların tamamının da mükemmel ya da iyi uyum aralığında olduğu belirlenmiştir.

Tablo 4. Model uyum indeksi ve modele ilişkin değerler

Uyum İndeksi	Mükemmel Uyum	İyi Uyum	Cebirsel Muhakeme Modeline Ait Değerler
χ^2 / sd	$0 \leq \chi^2 / sd \leq 2$	$2 \leq \chi^2 / sd \leq 3$	1.404
RMSEA	$0 \leq RMSEA \leq 0.05$	$0.05 \leq RMSEA \leq 0.08$	0.044
AGFI	$0.95 \leq AGFI \leq 1.00$	$0.90 \leq AGFI \leq 0.95$	0.901
NNFI	$0.95 \leq NNFI \leq 1.00$	$0.90 \leq NNFI \leq 0.95$	0.940
IFI	$0.95 \leq IFI \leq 1.00$	$0.90 \leq IFI \leq 0.95$	0.950
CFI	$0.95 \leq CFI \leq 1.00$	$0.90 \leq CFI \leq 0.95$	0.950

(Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2010) [χ^2/sd : Ki-Kare Değerinin Serbestlik Derecesine Oranı, RMSEA: Yaklaşık Hataların Ortalama Karekökü İndeksi, AGFI: Ayarlanabilir İyilik Uyum İndeksi, NNFI: Normlaştırılmamış Uyum İndeksi, IFI: Artmalı Uyum İndeksi, CFI: Karşılaştırmalı Uyum İndeksi]

2.3. Verilerin Analizi

Çalışmadan elde edilen verilerin analizi SPSS 20.00 paket programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Öncelikle cebirsel muhakeme değerlendirme aracından elde edilen puanlarının tüm alt boyutlarına göre normallik analizleri yapılarak, verilere uygulanacak analiz türüne karar verilmiştir. Araştırmada CMDA puanlarının normallikleri Kolmogorov-Smirnov testi ile CMDA alt boyut ve toplam puan düzeylerine göre kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı farklılık bulunup bulunmadığı ise Mann Whitney-U Testi kullanılarak araştırılmıştır.

3. Bulgular

Bu bölümde araştırmanın amacına uygun olarak öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerini belirlemeye yönelik cebirsel muhakeme değerlendirme aracının alt boyutlarına ait verilere yer verilmiştir. Öğrenci düzeylerine yönelik ifadeler kullanılırken boyutlardan elde edilebilecek maksimum ve minimum puan aralıkları dikkate alınmıştır. Buna göre birinci boyuttan en fazla 8, ikinci boyuttan 2, üçüncü boyuttan 28, dördüncü boyuttan 6, beşinci boyuttan 16, altıncı boyuttan 20 ve yedinci boyuttan ise 24 puan elde edilebilmektedir. Orta düzey bileşeni; birinci boyut için 4, ikinci boyut için 1, üçüncü boyut için 14, dördüncü boyut için 3, beşinci boyut için 8, altıncı boyut için 10 ve yedinci boyut için 12 olarak nitelendirilmektedir. (i) cebirsel yapıları/ilişkileri tanıma ve kullanma, (ii) aynı verinin farklı cebirsel ifadelerini kullanma, (iii) uygun cebirsel muhakemeyi belirleme, (iv) cebirsel ifadelerle yönelik çıkarımda bulunma, (v) çıkarıma yönelik cebirsel işlemler yapma, (vi) sonucun doğruluğuna ve çözüm yoluna karar verme, (vii) rutin olmayan problemleri çözmeye üzere yedi boyuttan oluşan ölçme aracının her bir boyuta ait istatistiksel bilgiler aşağıda yer almaktadır.

Tablo 5. Cebirsel muhakeme değerlendirme aracının alt boyutlarına göre elde edilen betimsel istatistiksel bilgiler

Boyut Adı	Soru Aralığı	Soru Tipi	Min./Max. Puan	N	\bar{x}	ss	Düzye
Cebirsel yapıları/ilişkileri tanıma ve kullanma	1-8	Çoktan Seçmeli	0-8	146	6.40	1.78	İyi
Aynı verinin farklı cebirsel ifadelerini kullanma	9-10	Çoktan Seçmeli	0-2	146	1.13	.71	Orta
Uygun cebirsel muhakemeyi belirleme	11-17	Açık Uçlu	0-28	146	7.45	7.69	Düşük
Cebirsel ifadelere yönelik çıkarımda bulunma	18-23	Çoktan Seçmeli	0-6	146	3.06	1.55	Orta
Çıkarıma yönelik cebirsel işlemler yapma	24-27	Açık Uçlu	0-16	146	5.07	4.80	Düşük
Sonucun doğruluğuna ve çözüm yoluna karar verme	28-32	Açık Uçlu	0-20	146	3.64	5.05	Düşük
Rutin olmayan problemleri çözme	33-38	Açık Uçlu	0-24	146	6.67	7.22	Düşük
Toplam	1-38	Çoktan Seçmeli/Açık Uçlu	0-104	146	33.45	24.85	Düşük

Tablo 5 incelendiğinde, *cebirsel yapıları/ilişkileri tanıma ve kullanma* boyutunda öğrencilere ait puan ortalaması 6.40 olarak hesaplanmıştır. Dört seçenekli çoktan seçmeli soruların yer aldığı bu boyutta öğrencilerin puan ortalamasına ait düzeyin iyi olduğu söylenebilir. *Aynı verinin farklı cebirsel ifadelerini kullanma* boyutunda öğrencilerin puan ortalaması ise 1.13 bulunmuştur. Bu sonuca göre, öğrencilerin orta düzeyin biraz üstünde puan ortalamasına sahip olduğu görülmektedir. Ancak açık uçlu soruların yer aldığı ve maksimum 28 puan alınabilecek *uygun cebirsel muhakemeyi belirleme* boyutunda öğrencilere ait puan ortalaması 7.45 olarak bulunmuştur. Orta düzeyin oldukça altında yer alan bu puan ortalaması ile öğrencilerin bu boyuta ait muhakeme edebilme becerilerinin yetersiz olduğu söylenebilir.

Cebirsel ifadelere yönelik çıkarımda bulunma boyutu ele alındığında, öğrencilerin performansı (3.06) orta düzey seviyesinde yer almaktadır. Bu durum gösteriyor ki öğrencilerin yarısına yakına çıkarımda bulunmada zorluk yaşamaktadır. Nitekim bir diğer boyut olan *çıkarıma yönelik cebirsel işlemler yapma* basamağında da öğrencilerin orta düzeyin oldukça altında (5.07) puan ortalamasına sahip olduğu görülmektedir. Açık uçlu soruların yer aldığı bu bölümde de öğrencilerin çoğunluğunun cebirsel işlemler yapma konusunda oldukça sıkıntı yaşadıklarını göstermektedir.

Araştırmadan elde edilen diğer çarpıcı bir sonuç ise *sonucun doğruluğuna ve çözüm yoluna karar verme* boyutunda karşımıza çıkmaktadır. Maksimum 20 puanlık bu bölümde öğrencilere ait puan ortalaması 3.64 olarak bulunmuştur. Orta seviyenin oldukça altında ve minimum puan bandına çok yakın olan bu değer göz önüne alındığında öğrencilerin

çoğunluğunun cebirsel bir ifadede uygun bir çözüm yolu üretme, karar verme ve sonuca ulaşma noktasında oldukça düşük seviyelere sahip olduğunu göstermektedir. Son olarak, rutin olmayan problemleri çözme boyutunda ise öğrencilere yöneltilen 6 tane açık uçlu soruya ait puan ortalamasının 6.67 ile orta seviyenin oldukça altında yer aldığı görülmektedir.

Genel olarak, öğrencilerin CDMA'dan almış oldukları puan ortalaması dikkate alındığında maksimum 104 puanlık bir ölçme aracından elde edilen puan ortalamasının 33.45 olduğu görülmektedir. Birçok bileşeni alt boyutları içinde barındıran ölçme aracı düşünüldüğünde öğrencilerin cebirsel yapıları/ilişkileri tanıma ve kullanma boyutu dışında oldukça düşük puan ortalamalarına sahip olduğu görülmektedir. Özellikle açık uçlu sorulardan oluşan *uygun cebirsel muhakemeyi belirleme, çıkarıma yönelik cebirsel işlemler yapma, sonucun doğruluğuna ve çözüm yoluna karar verme ile rutin olmayan problemleri çözme* boyutlarının tamamında öğrencilerin öğrenme seviyesi orta düzeyin oldukça altında kalarak düşük düzey bandında yer aldığı belirlenmiştir.

Elde edilen veriler ışığında; kız ve erkek öğrencilerin CMDA alt boyutlarına göre cebirsel muhakeme becerileri arasında anlamlı bir ilişkinin olup olmadığını anlamak için öncelikle tüm boyutlar için normallik analizi yapılmıştır. Büyüköztürk'e (2005) göre normallik analizleri grup büyüklüğüne bağlı olarak değişmektedir. Grup sayısı 50'den büyükse Kolmogorov-Smirnov; eğer 50'den küçükse Shapiro-Wilks normallik analizi kullanılır. Buna göre elde edilen sonuçlar aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 6. Cebirsel muhakeme değerlendirme aracının boyutlarına ait normallik tablosu

Boyutlar	Cinsiyet	Kolmogorov-Smirnov		
		İstatistik	df	p
1.Boyut	Erkek	.235	76	.000
	Kız	.256	70	.000
2.Boyut	Erkek	.278	76	.000
	Kız	.248	70	.000
3.Boyut	Erkek	.165	76	.000
	Kız	.181	70	.000
4.Boyut	Erkek	.141	76	.001
	Kız	.181	70	.000
5.Boyut	Erkek	.159	76	.000
	Kız	.188	70	.000
6.Boyut	Erkek	.242	76	.000
	Kız	.250	70	.000
7.Boyut	Erkek	.198	76	.000
	Kız	.200	70	.000
Tüm Test	Erkek	.163	76	.000
	Kız	.159	70	.000

Tablo 6 incelendiğinde, Kolmogorov-Smirnov testine ait tüm boyutlar [*cebirsel yapıları/ilişkileri tanıma ve kullanma, aynı verinin farklı cebirsel ifadelerini kullanma, uygun cebirsel muhakemeyi belirleme, cebirsel ifadelere yönelik çıkarımda bulunma,*

çıkarma yönelik cebirsel işlemler yapma, sonucun doğruluğuna ve çözüm yoluna karar verme, rutin olmayan problemleri çözme] ve test incelendiğinde ölçümlerin normal dağılım göstermediği görülmektedir. Tüm p değerleri .05'in altında olduğu için kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı bir farkın olup olmadığını öğrenmek için Mann-Whitney U Testi kullanılmıştır. Test sonuçlarına ait veriler ise aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 7. Kız ve erkek öğrencilerine ait Mann-Whitney U testi sonuçları

Boyutlar	Cinsiyet	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
1.Boyut	Erkek	76	70.04	5323.00	2397.000	.286
	Kız	70	77.26	5408.00		
2.Boyut	Erkek	76	70.78	5379.00	2453.000	.378
	Kız	70	76.46	5352.00		
3.Boyut	Erkek	76	72.97	5545.00	2619.500	.873
	Kız	70	74.08	5185.00		
4.Boyut	Erkek	76	69.89	5312.00	2386.000	.274
	Kız	70	77.41	5419.00		
5.Boyut	Erkek	76	70.67	5371.00	2445.000	.396
	Kız	70	76.57	5360.00		
6.Boyut	Erkek	76	72.25	5491.00	2565.000	.699
	Kız	70	74.86	5240.00		
7.Boyut	Erkek	76	68.15	5179.50	2253.500	.109
	Kız	70	79.31	5551.50		
Tüm Test	Erkek	76	70.13	5329.50	2403.500	.315
	Kız	70	77.16	5401.50		

Tablo 7 incelendiğinde gerek her bir alt boyut olsun gerekse tüm test puanları dikkate alındığında kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı bir farka rastlanmamıştır ($p>.05$). Ancak tüm alt boyutlar, sıra ortalamaları bakımından incelendiğinde; kız öğrencilerin test puanlarına ait sıra ortalamaları her boyutta erkek öğrencilerinden fazla çıkmıştır.

4. Tartışma ve Sonuç

Çalışmadan elde edilen sonuçlar; öğrencilerin birbirinin tamamlayıcı halkası olan cebir öğrenmelerinde, cebirsel düşüncülerinde ve cebirsel muhakeme yeteneklerinde birtakım sıkıntılara sahip olduğunu göstermektedir. Cebir bilgileriyle ilgili olarak öğrenme güçlükleri birçok çalışmanın konusu olmakla beraber sorunun nereden kaynaklı olduğu üzerine yeterince ilerleme kaydedilemediği görülmektedir. Nitekim birçok çalışmada öğrencilerin cebiri öğrenmede birtakım sıkıntılara ve zorluklara sahip olduğu görülmektedir (Akgün, 2007; Akkan, 2009; Baki, 1998; Ersoy ve Erbaş, 1998; Kieran, 2007; NCTM, 2000; Silver, 1997). Bu duruma dikkat çeken Ulusal Eğitimsel Gelişimi Değerlendirme Birimi (National Assessment of Educational Progress [NAEP]) de hazırlamış olduğu raporda öğrenci performanslarının 1990 ve 1992 yıllarına göre 1996 yılında bazı ilerlemeler kaydettiğini ama birçok öğrencinin cebir derslerinde çok iyi bir performansın olmadığını belirtmiştir (Blume & Heckman, 2000). Bu durumun birçok

nedeni olmakla beraber Dede, Yalın ve Argün'e (2002) göre öğrencilerin değişkenlerin farklı kullanımlarını ve genelleme yapmadaki rollerini bilememe ile değişkenleri yorumlayamama ve işlem yapamamasıdır. Diğer bir gerekçe öğrencilerin, cebir aşamasındaki manipülasyon işlemlerinde zayıf olmaları ve başaramamaları ile ilgili bir durum olarak belirtilebilir (Thomas & Tall, 2001).

Öğrencilerin cebirde başarılı olabilmeleri için kullanılan temel kavramları, sembolleri, ifadeleri iyi anlaması ve kullanabilmesi gerekmektedir (Kieran, 1992). Yürütülen çalışmada *cebirsel yapıları/ilişkileri tanıma ve kullanma* boyutunda öğrencilere ait puan ortalaması orta düzeyin oldukça üzerinde yer almasına rağmen *uygun cebirsel muhakemeyi belirleme* ve *çıkarıma yönelik cebirsel işlemler yapma* boyutlarında öğrencilere ait puan ortalamaların oldukça düşük olduğu görülmektedir. Cebir öğrenme alanı dikkate alındığında; Özarslan (2010) tarafından yedinci sınıf düzeyinde 364 öğrenci ile yürütülen çalışma sonucunda ulaşılan öğrencilerin cebirsel sözel problemlere denklem kurma ve kurdukları denklemi çözmeye başarılarının düşüklüğü yürütülen çalışma sonucuyla paralellik göstermektedir. Her ne kadar öğrenciler cebirsel yapıları ve ilişkileri tanıyor bile olsa bunları kullanma konusunda sıkıntıların olduğu görülmektedir. Benzer şekilde, öğrencilerin cebirsel yapıları ve ilişkileri yeterince tanıyor olması onların diğer bir alt boyut olan *sonucun doğruluğuna ve çözüm yoluna karar verme* basamağında istenilen başarıya götürmemiştir. Bu durumların birçok gerekçesi olmakla beraber en önemli nedeni olarak öğrencilerin erken yaş dönemlerindeki cebir öğrenme yaşantıları olarak gösterilebilir. Özellikle cebirsel düşünme ve muhakeme edebilme becerilerinin öğrencilere küçük yaşlarda kazandırılmasının doğru olacağı ancak bunu yaparken uygun öğrenme araçları ve yöntemlerinin kullanımına dikkat edilmesi gerekir (Kieran, 2004; NCTM, 2000; Yackel, 1997). Son yıllarda yapılan çalışmalar/araştırmalarda okul öncesi dönemden 12 yaş grubuna kadar geçen süreçte erken yaşlardaki cebirsel muhakeme ve cebir öğreniminin matematik müfredatının içeriği için çok önemli olduğu belirtilmektedir (Blanton & Kaput, 2005; Jacobs, Franke, Carpenter, Levi & Battey, 2007).

Ölçme aracına ait alt boyutlar incelendiğinde; kız öğrencilerin test puanlarına ait sıra ortalamalarının her bir boyut için erkek öğrencilerin sıra ortalamasından fazla çıktığı görülmektedir. Her ne kadar kız ve erkek öğrencilerin elde ettiği puan ortalamaları arasında anlamlı bir ilişkiye rastlanılmamış olsa da sıra ortalamaları bakımından kızların lehine istatistiksel bir durum söz konusudur. Bu durum Umay ve Kaf (2005) tarafından yapılan çalışma sonucuna göre doğru akıl yürütme oranı açısından kızlar için % 15, erkekler için ise % 20 düzeyinde bulunmuştur. 8. sınıf düzeyinde 158 öğrenci yürütülen çalışma sonucu da öğrencilerin büyük bir kısmının matematiksel bir ifadeyi ya da bir denklemi ya da matematiksel değişkenleri bir problem cümlesine dönüştürmede oldukça zorlandığını göstermektedir. Ayrıca yürütülen çalışmada öğrencilerde sayılarla işlem yapabilme kabiliyeti veya aritmetiksel işlem becerisi oldukça düşük bulunmuştur (Akgün, 2007).

Tüm bu sonuçlar göz önüne alındığında ise öğrencilerin muhakeme yeteneklerinin istenilen düzeylerde olmaması düşünülmesi gereken bir durum olarak karşımıza çıkmaktadır. Hâlbuki cebirsel muhakeme son zamanlarda aritmetik düşüncenin içine

yerleştirilmiş ve ilköğretim kademesindeki öğrenciler için yapılan araştırmaların odak noktası haline getirilmeye çalışılmıştır. Geleneksel yaklaşımda genellikle aritmetik düşüncenin gelişiminden sonra cebirsel muhakeme yer almaktaydı, oysa birçok araştırmacı cebirsel muhakemenin aritmetik düşünceyle birlikte geliştiğini vurgulamaktadır (Blanton & Kaput, 2005; Brizuela & Schliemann, 2004; Warren, 2003). Bundan dolayı muhakeme, okul hayatı boyunca öğrenci deneyimlerinin tutarlı bir parçası haline dönüştürülmeli ve geliştirilmelidir. Nitekim muhakeme zihnin bir alışkanlığıdır ve birçok alanda tutarlı kullanımdan gelişmelidir (Pilten, 2008). Bu gelişimin sağlıklı yürütülebilmesi için öğrenciler mümkün olduğunca cebirsel muhakeme becerilerini kendi anlayışları ile ortaya koyabilecekleri ve zengin bir açıklama yapabilecekleri öğrenme ortamına dâhil olması gerekir (Nilklad, 2004). Sonuç olarak, cebir birçok öğrenci için bilinmeyenlerden oluşan bir senaryo gibi görülmenin ötesine geçerek onların hayata yön verdikleri bir aktivite olarak yer edinmesi gerekir.

5. Öneriler

Öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerinin gelişimine katkı sağlayabilecek öğretim etkinliklerinin sayısı artırılmalı ve bu yönde geliştirilecek öğretim programları öğrencilerin muhakeme yeteneklerini daha iyi ortaya koyabilecekleri şekilde düzenlenmelidir. Cebir öğrenimi ve bunların uygulamalara yansımaları dikkate alındığında birçok öğrenci için anlaşılabilir ve aşılabilir bir süreç olmaktan öteye gitmediği görülmektedir. Oysa öğrenciler günlük hayatının birçok alanında cebirle iç içe yaşamakta ve birçok söylemlerinde cebire yer vermektedir. Bu süreç dâhilinde öğrencilerin günlük hayatta sıklıkla yer verdikleri cebiri daha anlamlı kılabilecek çok sayıda öğretim etkinliklerinin sınıf ortamında yer verilmesi ve bu yönde farkındalık oluşturulması yararlı olabilir. Birçok öğrencinin cebirsel muhakeme edememe, etmede birtakım zorluklar yaşama, uygun muhakemeyi belirleyememe, çözüm yolunun nasıl olacağına yönelik kararlar alamaması gibi zihinsel süreçler gerektiren durumlarda istenilen düzeylerin geride kalmasının engellenebilmesi için özellikle NCTM, NAEP ve TIMSS gibi uluslararası kabul görmüş kuruluşların matematiğin temel yönlerinden biri olan cebirsel düşünme ve muhakeme becerilerine vurgu yapan bir cebir müfredatının geliştirilmesi yönündeki söylemlerine daha fazla yer verilmesi yararlı olabilir.

Achievement Level for Algebraic Reasoning Skills of Seventh Grade Students

Extended Abstract

The basic aim of this study is to determine secondary school seventh-grade students' success levels for algebraic reasoning skills. Scanning method was used in the research as quantitative research methods. Algebraic Reasoning Evaluation Tool (ARET) having seven factors assessing students' algebraic reasoning skills was used as data collection tool in the study. ARET has totally 38 questions : 16 of which are multiple-choice questions and 22 of which are open-ended questions. The first form of the ARET had 42 questions. The pilot study of the ARET was carried out by 210 students. According to pilot study data, it was found that ARET's coefficient of consistence was .93 and reliability of test-retest was .77. After 4 questions having low distinctiveness index were taken out of the first form of the ARET, reliability co-efficient of ARET was .94. Students' total scores obtained from the sub-dimensions of the scale were used in the analyses of the ARET's validity. It was stated that ARET has content validity according to correlation matrix and values of the standardized regression coefficients of the model and that all scores obtained from compliance tests were perfect or in the compliance range. The study group of the research was composed of 146 seventh grade students in total studying at a secondary school in İzmir : 76 of whom are male and 70 of whom are female. The data obtained from the study were analyzed by SPSS 20.00. First, which analysis type will be used was decided by analyzing normality distribution of scores obtained from the scale according to sub-dimensions of the scale. Kolmogorov-Smirnov Normality test was used in the normality analysis of the ARET scores, Mann Whitney-U test was used in the normality analysis of the sub-dimensions of the ARET scores and ARET total scores to analyse whether there was any significant difference between male and female scores.

While statements about students' levels were being used, max-min score intervals which can be obtained from the sub-dimensions of the ARET were considered. Hereunder, the first factor's max score is 8, the second factor' max score is 2, the third factor's max score is 28, the fourth factor's max score is 6, the fifth factor's max score is 16, the sixth factor's max score is 20 and the seventh factor's max score is 24. It was determined that first factor's component is 4, the second factor' component is 1, the third factor's component is 14, the fourth factor's component is 3, the fifth factor's component is 8, the sixth factor's component is 10 and the seventh factor's component is 12.

In the study, it can be said that students' scores were at successful level at the factor having multiple-choice items. Students' point average at the using the different algebraic expressions of the same data factor was 1.13. It can be seen that students' point average was slightly above the middle level but it was found that students' point average at the determining the proper algebraic reasoning factor having open-ended questions - with a max 28 score was 7.45. It can be said that students' reasoning skills belonging to related factor were at the insufficient level. Students' performances (3.06) were at the medium level at the

making deductions on algebraic expressions factor. That is to say, nearly half of the students have trouble in making inference. Moreover, it can be seen that students were quite below the middle level at the making algebraic operations for the purpose of deduction factor (5.07). That result shows that most of the students had also problem with doing algebraic operations at the factor having open-ended questions. Another devastating result is that students' score average was found 3.64 at the making decision on the accuracy of the result and on the solution method factor with a max 20 score. That numerical value being below the middle level and close to min score shows that most of the students had low skills at coming up with an algebraic expression appropriately, making a decision and getting out. Finally, it was seen that students were below the medium level at solving problems that are not routine with 6.67 score average from 6 open-ended questions. Generally, when students' score averages gotten from ARET is taken into consideration, it is seen that score average obtained from the scale with a max 104 score was 33.45. Additionally, when it is considered of measuring tool which includes many constituents in sub-dimensions, it is seen that students had quite low score averages excluding recognizing and using algebraic structures/relations factor.

As a result, this study shows that students have some problems with learning algebra, algebraic thinking and algebraic reasoning skills that are complement components of each other. In this study, it is seen that students' score average was quite above the middle level at recognizing and using algebraic structures/relations factor, but below the middle level at the determining the proper algebraic reasoning and making algebraic operations for the purpose of deduction factor. It is seen that although students knew algebraic structures and relations, they had problems with using algebraic relations and structures appropriately.

Similarly, the fact that students know algebraic structures and relations sufficiently does not help them to achieve enough success at the making decision on the accuracy of the result and on the solution method factor. That situation can have many reasons but the fact that students learn algebra at very young ages can be shown the most important reason. When all factors of the scale are viewed, mean ranks of female students' test scores were higher than those of males'. Although there was no meaningful relations between male and female test scores, there is a statistical situation on behalf of female in terms of mean rank.

Kaynaklar/References

- Akgün, L. (2006). On algebra and the concept of variable. *Journal of Qafqaz University*, 17(1), 1-6. <http://journal.qu.edu.az/> adresinden 15 Ekim 2015 tarihinde edinilmiştir.
- Akgün, L. (2007). *Değişken kavramına ilişkin yeterlilikler ve değişken kavramının öğretimi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Akkan, Y. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
-

- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: Cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online*, 10(3), 812-823.
- Altun, M. (2005). *İlköğretim ikinci kademede matematik öğretimi*. Bursa: Alfa Bas. Yayım.
- Altun, M. (2011). *Eğitim fakülteleri ve lise matematik öğretmenleri için liselerde matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Alfa Akademi Bas. Yay. Dağ. Ltd. Şti.
- Amerom, V. B. A. (2003). Focusing on informal strategies when linking arithmetic to early algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 63-75.
- Bahtiyari, Ö. A. (2010). *8. sınıf matematik öğretiminde ispat ve muhakeme kavramlarının ve önemlerinin farkındalığı* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Baki, A. (1998). *Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi*. Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumunda sunulan bildiri, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Blanton, L. M., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446.
- Blume, G. W., & Heckman, D. S. (2000). Algebra and functions. In E. Silver & P. Kenney (Ed.), *Results from the seventh mathematics assessment* (pp. 269-306). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Brizuela, B., & Schliemann, A. (2004). Ten-year old students solving linear equations. *For the Learning of Mathematics*, 24(2), 33-40.
- Büyüköztürk, Ş. (2005). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı*. Ankara: Pegem Yay.
- Çağdaşer, B. T. (2008). *Cebir öğrenme alanının yapılandırmacı yaklaşımla öğretiminin 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri üzerindeki etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Çokluk, Ö., Şekercioglu, G. ve Büyüköztürk, Ş. (2010). *Sosyal bilimler için çok değişkenli istatistik: SPSS ve LISREL uygulamaları*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- De Corte, E. (2004). Mainstreams and perspectives in research on learning (mathematics) from instructio. *Applied Psychology*, 53(2), 279-310.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Dede, Y., Yalın, H. ve Argün, Z. (2002). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanılguları*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan bildiri, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (1998). *İlköğretim okullarında cebir öğretimi: Öğrenmede güçlükler ve öğrenci başarıları*. Cumhuriyetin 75. Yılında İlköğretim I. Ulusal Sempozyumunda sunulan bildiri, Başkent Öğretmenevi, Ankara.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (2005). Kassel projesi cebir testinde bir grup Türk öğrencinin genel başarıları ve öğrenme güçlükleri. *İlköğretim Online*, 4(1), 18-39.
- Greenes, C., Cavanagh, M., Dacey, L., Findell, C., & Small, M. (2001). Navigating through algebra in prekindergarten-grade 2. Reston, VA: NCTM.

- Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 258-288.
- Kabael, U. T. ve Tanışlı, D. (2010). Cebirsel düşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim. *İlköğretim Online*, 9(1), 213-228.
- Kaf, Y. (2007). *Matematikte model kullanımının 6. sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Kaput, J. J. (1995). Long-term algebra reform: Democratizing access to big ideas. In C.B. Lacampagne, W. Blair, & J. Kaput (Ed.). *The algebra initiative colloquium* (pp. 33-52). Washington, DC: U.S. Department of Education.
- Karasar, N. (2013). *Bilimsel araştırma yöntemi*. Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Katz, J. V. (2007). Stages in the history of algebra with implications for teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 185-201.
- Kaya, D. ve Keşan, C. (2014). İlköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 3(2), 38-47.
- Kaya, D. (2015). *Çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi üzerine bir inceleme* (Yayınlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimler Enstitüsü, İzmir.
- Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: the transition from arithmetic to algebra. In Douglas T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 178-192). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In Grouws DA (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.390-419). New York: Macmillan Publishing Company.
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. In F. K. Lester (Ed). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707-762). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Knuth, E., & Ellis, A. (2009). Building a foundation for success in secondary school mathematics. *Principal's Research Review*, 4(2), 1-8.
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1993). Cognitive models underlying students' formulation of simple linear equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 217-232.
- Marzano, R. J. (2000). *Transforming classroom grading*. Alexandria, VA: Association for supervision and curriculum development.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB.

- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2012). *Öğretmen kılavuz kitabı matematik 8*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Nathan, J. M., & Koellner, K. (2007). A Framework for understanding and cultivating the transition from arithmetic to algebraic reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 179-192.
- National Assessment of Educational Practices [NAEP]. (2002). *Mathematics framework for the 2003 national assessment of educational progress*. Washington, DC: National Assessment Governing Board.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston: Virginia.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics. <http://www.nctm.org/> adresinden 6 Mart 2015 tarihinde edinilmiştir.
- Nilklad, L. (2004). *College algebra students' understanding and algebraic thinking and reasoning with functions* (Unpublished doctoral dissertation). Oregon State University.
- Özarslan, P. (2010). *İlköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri denklem kurma yoluyla çözme becerilerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Palabıyık, U. (2010). *Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Pilten, P. (2008). *Üstbiliş stratejileri öğretiminin ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerine etkisi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimler Enstitüsü.
- Ross, K. A. (1998). Doing and proving: The place of algorithms and proof in school mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 105(3), 252-255.
- Silver, E. A. (1997). "Algebra for all"-increasing student's access to algebraic ideas, not just algebra courses. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2(4), 204-207.
- Steele, D. (2005). Using writing to access students' schemata knowledge for algebraic thinking. *School Science and Mathematics*, 105(3), 142-154.
- Thomas, M., & Tall, D. (2001). The long-term cognitive development of symbolic algebra. In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent & J. Vincent (Eds.), *12th ICMI Study Conference: The future of the teaching and learning of algebra* (pp. 590-597). University of Melbourne.
- TIMSS (2003). IEA's TIMSS 2003 international report on achievement in the mathematics cognitive domains: Findings from a developmental project international association for the evaluation of educational achievement. *TIMSS & PIRLS International Study Lynch School of Education*, Boston College.
- Umay, A. ve Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 188-195.
- Warren, E. (2003). The role of arithmetic structure in the transition from arithmetic to algebra. *Mathematics Education Research Journal*, 15(2), 122-137.

- Warren, E., & Cooper, T. J. (2009). Developing mathematics understanding and abstraction: The case of equivalence in the elementary years. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 76-95.
- Yackel, E. (1997). A foundation for algebraic reasoning in the early grades. *Teaching Children Mathematics*, 3(1), 276-280.
- Yaprak-Ceyhan, E. (2012). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı çerçevesindeki öğretimin öğrencilerin cebir başarısına etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yenilmez, K. ve Avcu, T. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 37-45.
- Yenilmez, K. ve Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 229-246.

Ek-1. Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracına Ait Örnek Sorular

Boyut: Cebirsel yapıları/ilişkileri tanıma ve kullanma

Örnek Soru:

Şekillerin kabul edilen temsil değerleri			
x	-x	1	-1

Şekillerin temsil ettiği değerleri tabloda verilen temsil modelin cebirsel karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(2x-3) + (x+4) = -1$ B) $(-2x+4) + (2x-3) = 1$ C) $(-3x-3) + (2x+3) = -1$ D) $(3x+3) + (3x+2) = 1$

Boyut: Aynı verinin farklı cebirsel ifadelerini kullanma

Örnek Soru: Aşağıdaki problemlerden hangisinin çözümü için $3.(x+2) = 5.(x-2)$ cebirsel ifade denklemini kurulur?

- A) Bir öğrenci grubuna katılan 2 öğrencinin 3 katı, aynı gruptan ayrılan 2 öğrenci sayısının 5 katına eşitse bu grupta kaç öğrenci vardır?
- B) Ayşe'nin 2 yıl sonraki yaşının 3 katı, Selim'in 2 yıl sonraki yaşının 5 katına eşit ise Ayşe'nin yaşı kaçtır?
- C) 2 fazlasının 3 katı ile 5 eksiğinin 2 katı birbirine eşit olan sayı kaçtır?
- D) Deniz'in sahip olduğu defterlerin 2 fazlasının 3 katı, Kemal'in sahip olduğu kitapların 5 eksiğinin 2 katına eşitse Deniz'in kaç defteri vardır?

Boyut: Uygun cebirsel muhakemeyi belirleme

Örnek Soru: Serkan, Canan ve Özkan 45 TL'yi aşağıdaki koşullara uygun olarak paylaşacaktır.

- Serkan, Canan'dan 20 TL fazla alacaktır.
- Canan, Özkan'ın 2 katı kadar para alacaktır.

Buna göre, bu paylaşımda Özkan kaç TL alır? (Çözümünüzü aşağıdaki boşluğu yazınız)

Boyut: Cebirsel ifadelere yönelik çıkarımda bulunma

Örnek Soru: Aşağıda A,B ve C marketlerinde bulunan televizyon, bilgisayar ve yazıcı sayısı ile ilgili bir tablo ve bilgiler verilmektedir. Buna göre aşağıdaki şıklardan doğru olanı işaretleyiniz.

- B marketindeki TV sayısı A marketindeki TV sayısının yarısının 1 eksiği kadardır.
- Üç markette toplam 34 TV bulunmaktadır.
- B marketindeki PC sayısı C marketindeki TV sayısının 4'te 1'i kadardır.
- Toplam PC sayısı 30'dur.
- A marketindeki yazıcı sayısı ile C marketindeki yazıcı sayısının toplamı 20'dir.
- Toplam yazıcı sayısı 26'dır.

Malzemeler	A	B	C
Televizyon (TV)	10		
Bilgisayar (PC)			20
Yazıcı			

- A) Eğer A marketinde 30 malzeme varsa C marketinde 8 yazıcı vardır.
 B) Eğer C marketinde 45 malzeme varsa A marketinde 15 yazıcı vardır.
 C) C marketindeki PC sayısı B marketindeki yazıcı sayısından azdır.
 D) B marketindeki yazıcılarla C marketindeki PC toplamı 28'dir.

Boyut: Çıkarıma yönelik cebirsel işlemler yapma

Örnek Soru: Aşağıdaki tabloda Arda'yı transfer etmek isteyen kulüplerin teklif ücretleri ile ilgili bilgiler verilmiştir.

Kulüpler	Transfer Ücreti	Maç Baş Ücreti	Galibiyet Ücreti
Beşiktaş	500 TL	3 TL	2 TL
Fenerbahçe	490 TL	4 TL	3 TL
Galatasaray	480 TL	5 TL	4 TL
Trabzonspor	470 TL	4 TL	4 TL

Arda transfer olacağı takımında 10 maça çıkacağına göre hangi takımı seçerse daha çok para kazanmış olur? (Çözümünüzü aşağıdaki boşluğu yazınız)

Boyut: Sonucun doğruluğuna ve çözüm yoluna karar verme

Örnek Soru: Problem Durumu: İrem, Gül ve Hakan'ın saatlerinin doğru zamana göre durumu şöyledir:

- İrem : 2 dakika geri
- Gül : 6 dakika ileri
- Hakan : 4 dakika geri

Belirli bir zamanda buluşmak için sözleşen bu kişilerin her biri, buluşma yerine kendi saatine göre tam zamanında gelmiştir. Buluşma yerine ilk gelen kişiyle en son gelen kişi arasında kaç dakikalık süre vardır?

Cözüm Yolu: Doğru zamana x dersek İrem'in saati $x-2$, Gül'ün saati $x+6$ ve Hakan'ın saati $x-4$ 'i gösterir. Bu durumda ilk gelen Gül son gelende Hakan olur. İki kişi arasındaki dakika farkını veren cebirsel işlem ise şu şekildedir.

$$\text{Dakika farkı} = (x+6) - (x-4)$$

$$\text{Dakika farkı} = x+6-x-4$$

$$\text{Dakika farkı} = 2$$

a) Doğru

b) Yanlış (Çünkü)

Boyut: Rutin olmayan problemleri çözme

Örnek Soru: Bilgisayarda geliştirilen yeni bir hesaplama sistemine göre; “@” basıldığında 2 sayının toplamı ile farkının çarpımını veriyor. Buna göre; **(20@15)** işlemi ile elde edilen sonuç kaçtır?

Ek-2. Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracında Yer Alan Maddelere Ait Madde Güçlük ve Ayırt Edicilik Gücü İndeksleri

Boyut	Soru Tipi	Soru No	Güçlük İndeksi(pi)	Ayırt Edicilik(dj)
Cebirsel yapıları/ilişkileri tanıma ve kullanma	Ç. S.	1	0.60	0.61
	Ç. S.	2	0.79	0.61
	Ç. S.	3	0.71	0.52
	Ç. S.	4	0.78	0.67
	Ç. S.	5	0.28	0.06*
	Ç. S.	6	0.74	0.56
	Ç. S.	7	0.66	0.71
	Ç. S.	8	0.68	0.74
	Ç. S.	9	0.46	0.28*
	Ç. S.	10	0.73	0.69
Aynı verinin farklı cebirsel ifadelerini kullanma	Ç.S.	11	0.49	0.61
	Ç.S.	12	0.66	0.71
	Ç.S.	13	0.46	0.27*

Ek 2'nin devamı

	A. U.	14	0.73	0.42
	A. U.	15	0.75	0.39
Uygun cebirsel muhakemeyi belirleme	A. U.	16	0.68	0.47
	A. U.	17	0.64	0.45
	A.U.	18	0.77	0.46
	A.U.	19	0.64	0.47
	A.U.	20	0.66	0.45
		Ç. S.	21	0.63
Cebirsel ifadelere yönelik çıkarımda bulunma	Ç. S.	22	0.41	0.37
	Ç. S.	23	0.61	0.40
	Ç. S.	24	0.59	0.58
	Ç. S.	25	0.71	0.41
	Ç. S.	26	0.50	0.48
Çıkarıma yönelik cebirsel işlemler yapma	A. U.	27	0.46	0.66
	A. U.	28	0.46	0.70
	A. U.	29	0.56	0.72
	A. U.	30	0.55	0.74
Sonucun doğruluğuna ve çözüm yoluna karar verme	A. U.	31	0.42	0.60
	A. U.	32	0.48	0.82
	A. U.	33	0.56	0.70
	A. U.	34	0.46	0.77
	A. U.	35	0.50	0.71
Rutin olmayan problemleri çözmeye	A. U.	36	0.66	0.55
	A. U.	37	0.43	0.73
	A. U.	38	0.68	0.42
	A. U.	39	0.63	0.58
	A. U.	40	0.64	0.49
	A. U.	41	0.63	0.49
	A. U.	42	0.64	0.28*

Ç.S: Çoktan Seçmeli, AU: Açık Uçlu

Kaynak Gösterme

Kaya, D., Keşan, C., İzgiol, D. ve Erkuş, Y. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeyi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 7(1), 142-163.

Citation Information

Kaya, D., Keşan, C., İzgiol, D., & Erkuş, Y. (2016). Achievement level for algebraic reasoning skills of seventh grade students. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(1), 142-163.